

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2024-2025

Esame scritto del 28.01.2025

Parte 1 - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

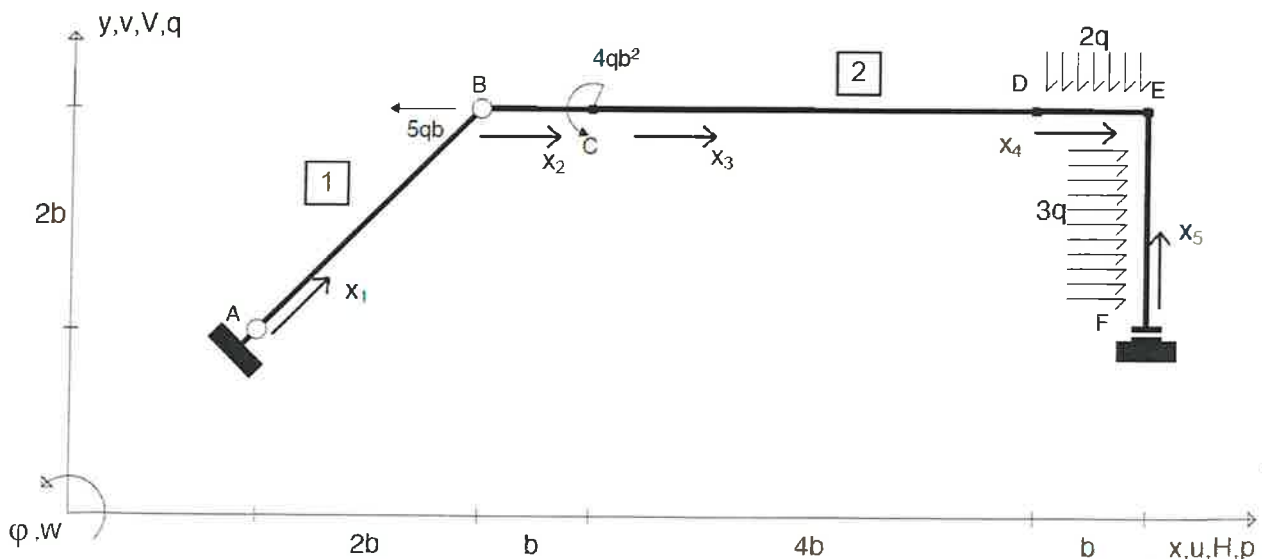
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 28.01.25*001



Eq. ausiliare $M_{z(B)}^{(1)} = 0$ oppure $M_{z(B)}^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione orizzontale H_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

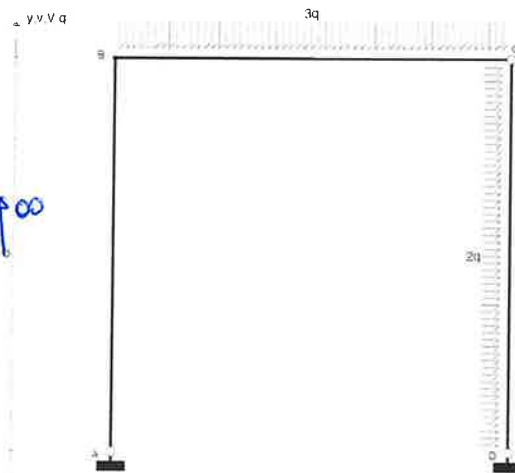
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC SdA 28.01.25/005



$$\left. \begin{array}{l} e_1 \in r_A \\ e_1 \leftrightarrow e_{12} \leftrightarrow e_2 \end{array} \right\} \Rightarrow e_1 \uparrow \infty$$

$$e_1 \leftrightarrow e_{12} \leftrightarrow e_2$$

$$e_2 \leftrightarrow e_{23} \leftrightarrow e_3$$

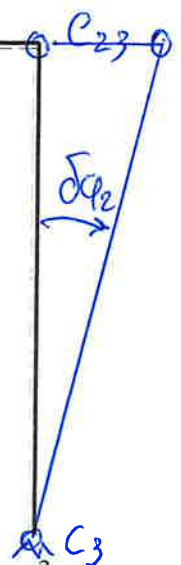
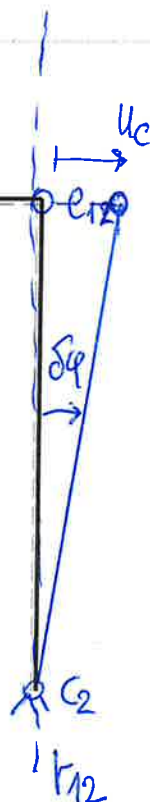
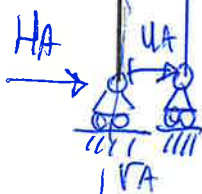
$$C_1 \uparrow \infty$$

$$e_2 \uparrow \infty$$

$$u_A = u_C = b \delta \varphi$$

$$u_B = b \delta \varphi_1$$

$$\delta \varphi_1 = \delta \varphi_2$$



$$H_A(\Rightarrow) = \dots -9b \dots; C_1 = (\dots \infty \dots, \dots \infty \dots); C_2 = (\dots b \dots, \dots 0 \dots); C_{12} = (\dots b \dots, \dots b \dots);$$

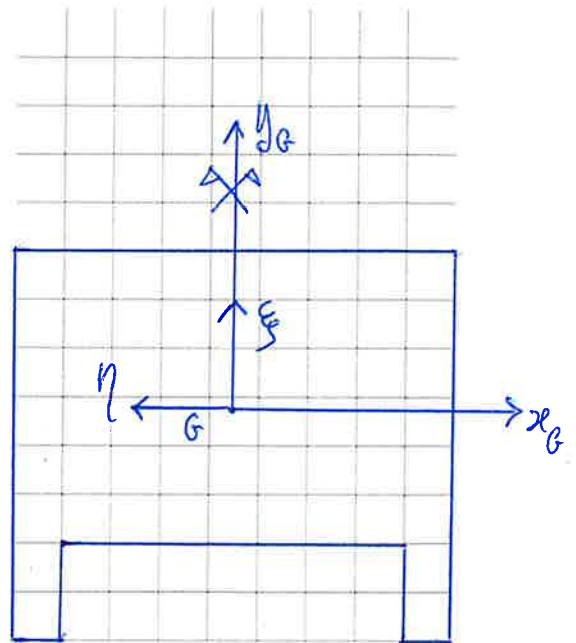
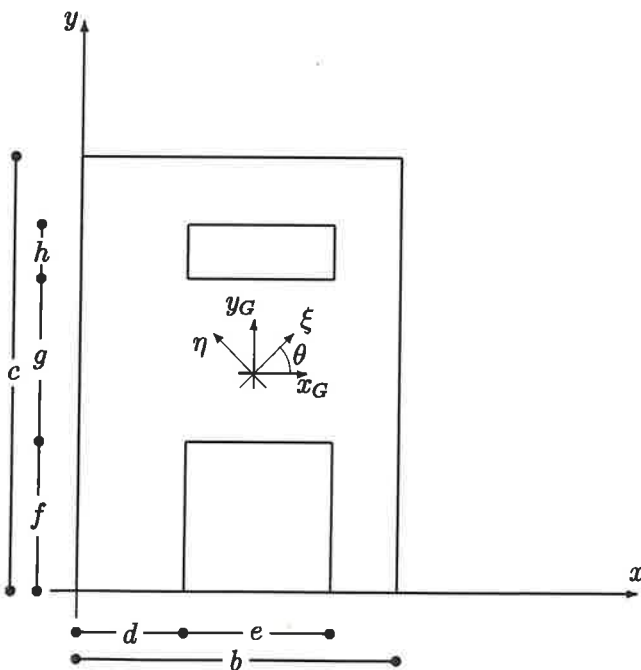
$$u_A = \dots b\delta\varphi \dots; v_C = \dots 0 \dots;$$

$$M_B(\curvearrowright) = \dots 9b^2 \dots; u_B = \dots b\delta\varphi_1 \dots; v_C = \dots 0 \dots;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 9a$; $c = 8a$; $d = a$; $e = 7a$; $f = 2a$; $g = 6a$; $h = 0$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



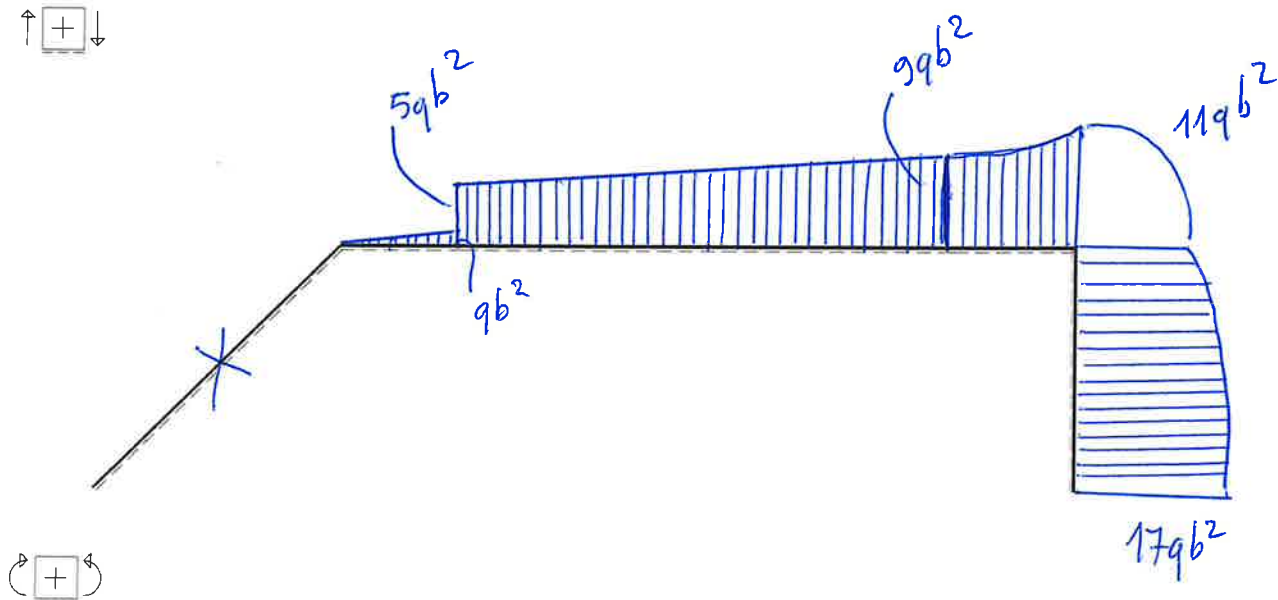
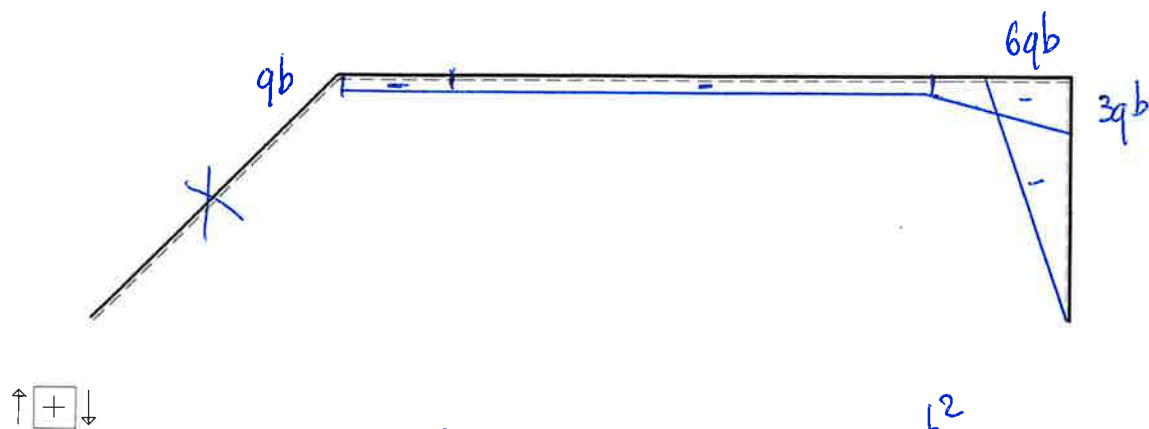
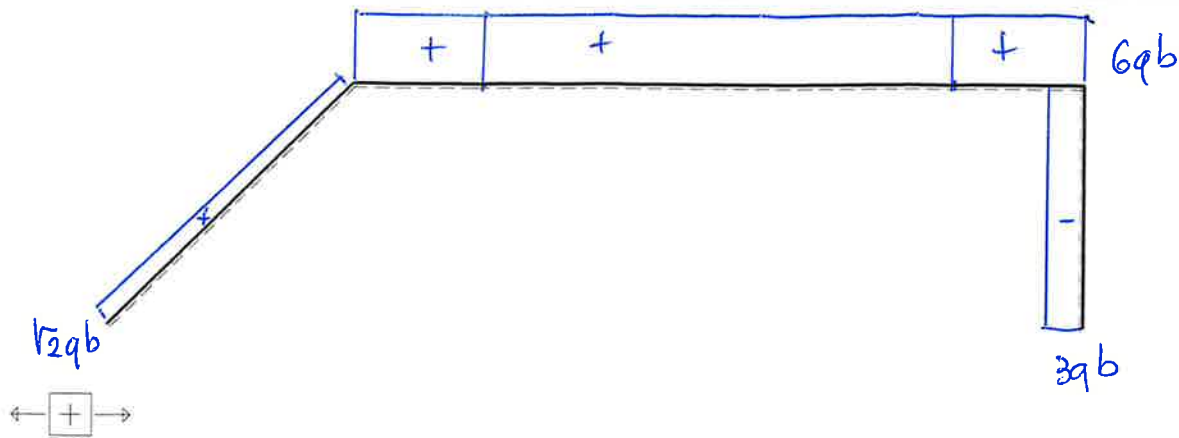
$$S_x = \dots 274 a^3 \dots; S_y = \dots 261 a^3 \dots;$$

$$x_G = \dots \frac{9}{2} a = 4.5000 a \dots; y_G = \dots \frac{137}{29} a = 4.7241 a \dots;$$

$$J_{xG} = \dots \frac{19394}{87} a^4 = 222.9195 a^4 \dots; J_{yG} = \dots \frac{2573}{6} a^4 = 428.8333 a^4 \dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots 0 \dots; \tan 2\theta = \dots 0 \dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots \frac{2573}{6} a^4 \dots; J_\eta = J_{\min} = \dots \frac{19394}{87} a^4 \dots;$$



$$H_A(\Rightarrow) = -qb; V_A(\uparrow) = -qb; V_F(\uparrow) = 3qb; M_F(\curvearrowright) = -17qb^2;$$

$$N_{AB} = \sqrt{2}qb; T_{AB} = 0; M_{AB} = 0;$$

$$N_{BC} = 6qb; T_{BC} = -qb; M_{BC} = -qb^2;$$

$$N_{CD} = 6qb; T_{CD} = -qb; M_{CD} = -5qb^2 - qb^2x_3;$$

$$N_{DE} = 6qb; T_{DE} = -qb - 2qb^2x_4; M_{DE} = -9qb^2 - qb^2x_4 - qb^2x_4^2;$$

$$N_{FE} = -3qb; T_{FE} = -3qb^2x_5; M_{FE} = -17qb^2 + \frac{3}{2}qb^2x_5^2;$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2024-2025

Esame scritto del 28.01.2025

Parte 1 - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

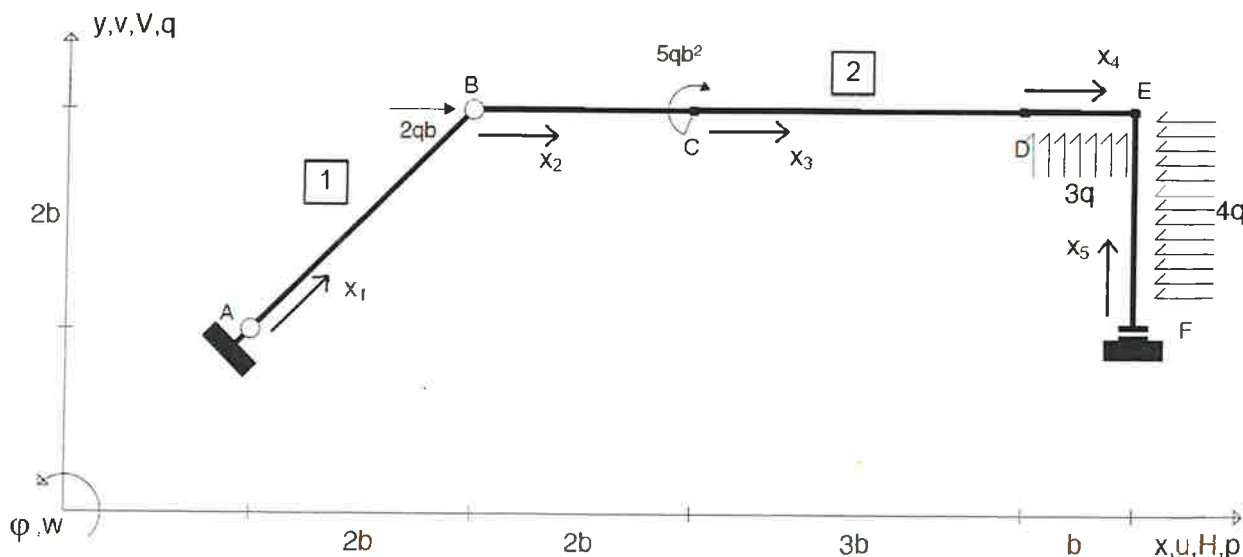
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 28.01.25*002



Eq. ausiliarie

$$M_{z(B)}^{(1)} = 0 \quad \text{oppure} \quad M_{z(B)}^{(2)} = 0$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione orizzontale H_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

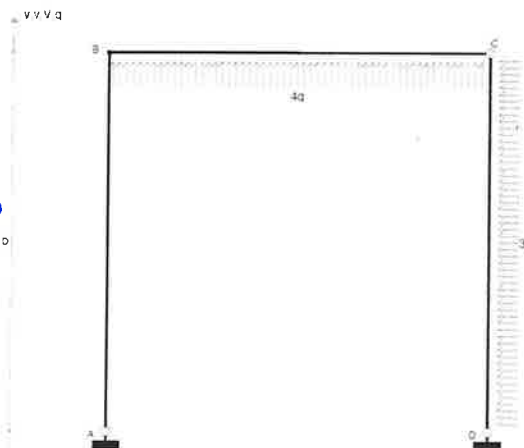
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

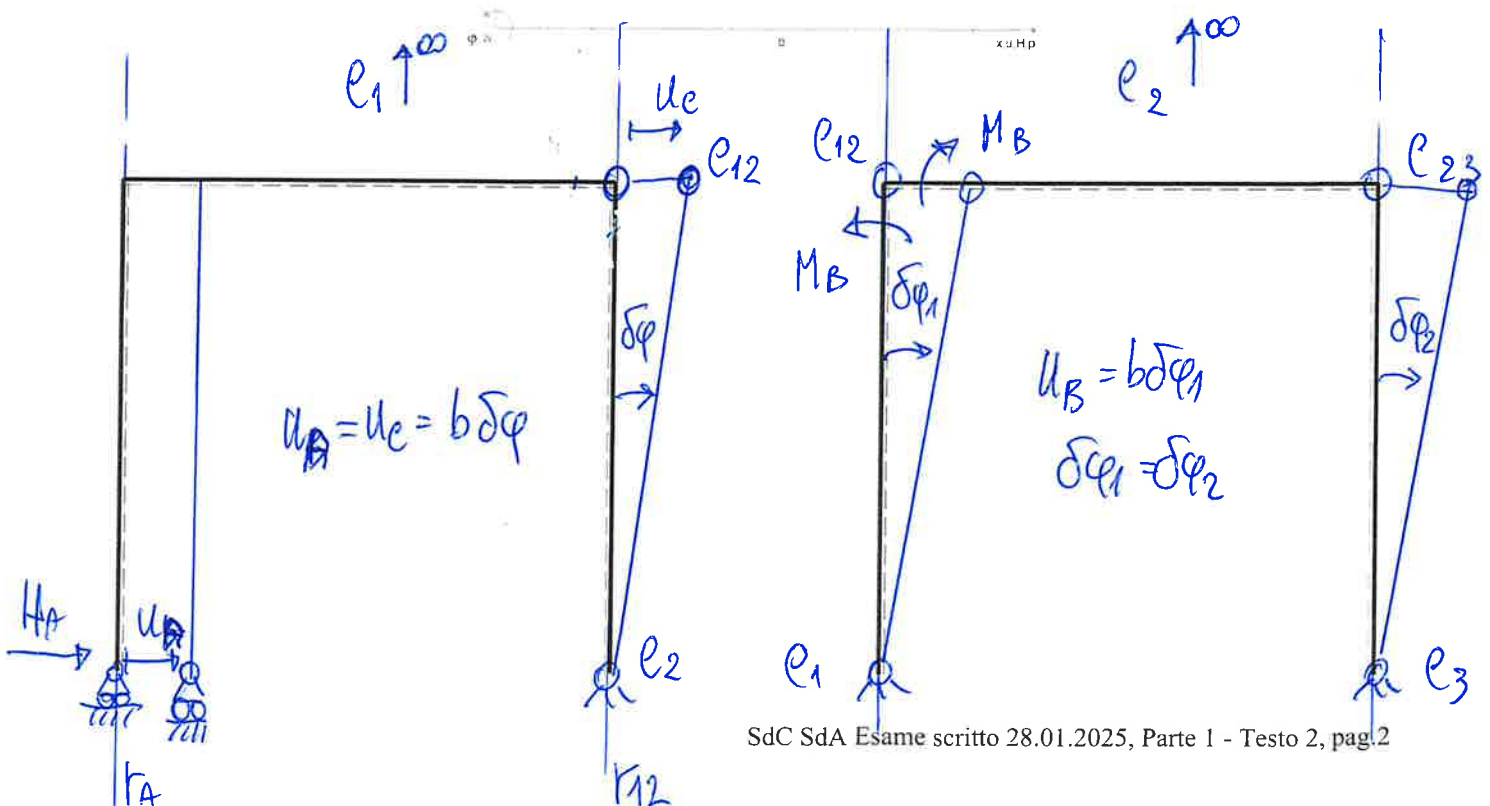
Università di Cagliari

SdC, SdA 28.01.25'006



$$\left. \begin{array}{l} C_1 \in r_A \\ C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \end{array} \right\} \Rightarrow C_1 \uparrow \infty$$

$$\begin{array}{l} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{array}$$



$$H_A (\Rightarrow) = \frac{3}{2} q b; C_1 = (\infty, \infty); C_2 = (b, 0); C_{12} = (b, b);$$

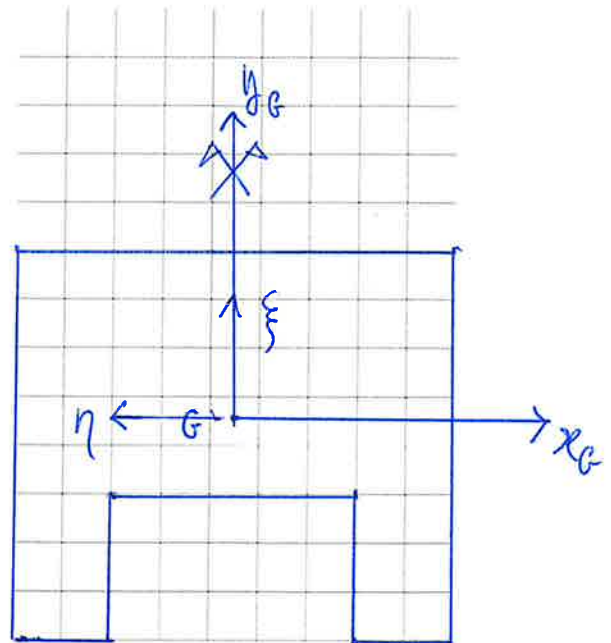
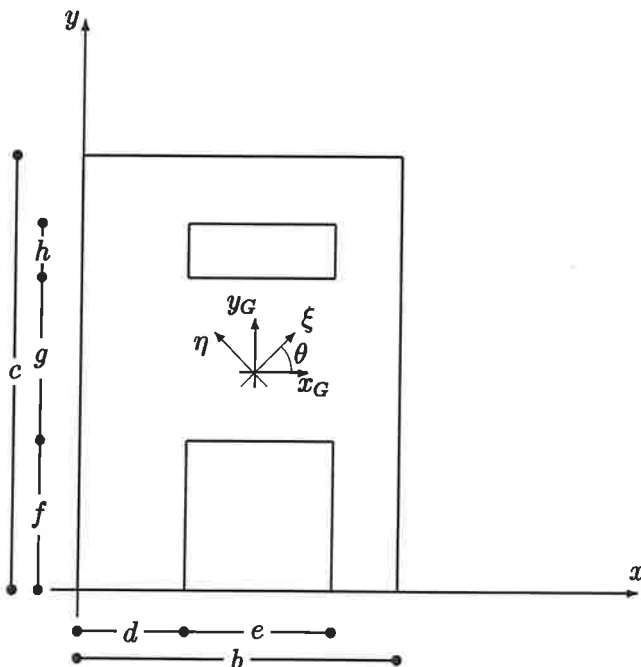
$$u_A = \frac{b^5 q}{120}; v_C = 0;$$

$$M_B (\curvearrowright) = -\frac{3}{2} q b^2; u_B = \frac{b^5 q}{120}; v_C = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 9a$; $c = 8a$; $d = 2a$; $e = 5a$; $f = 3a$; $g = 5a$; $h = 0$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



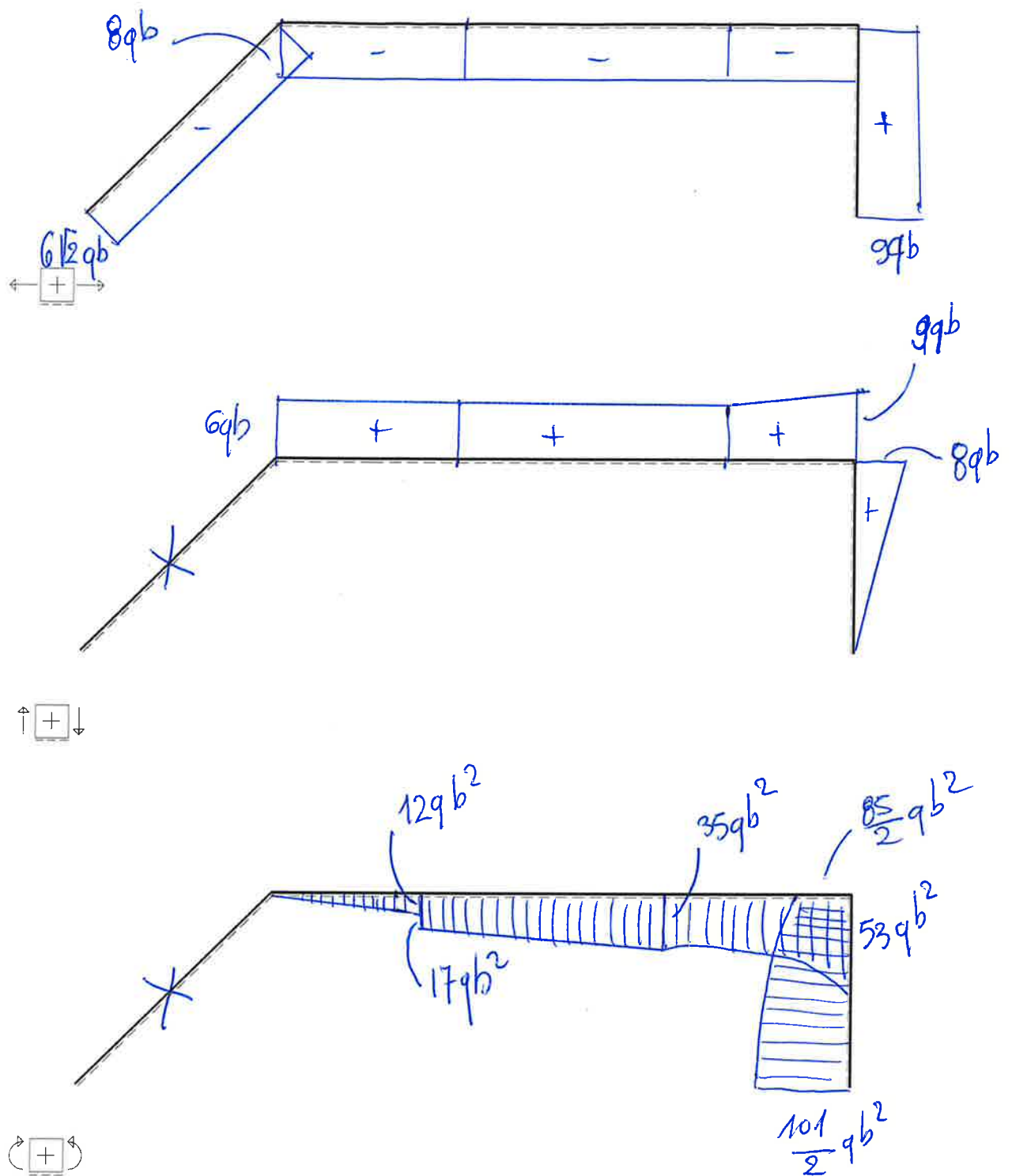
$$S_x = \frac{531}{2} a^3 = 265.5000 a^3; S_y = \frac{513}{2} a^3 = 256.5000 a^3;$$

$$x_G = \frac{9}{2} a = 4.5000 a; y_G = \frac{177}{38} a = 4.6579 a;$$

$$J_{xG} = \frac{19329}{76} a^4 = 254.3289 a^4; J_{yG} = \frac{1819}{4} a^4 = 454.7500 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{1819}{4} a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{19329}{76} a^4;$$



$$H_A(\Rightarrow) = 6qb; V_A(\Uparrow) = 8qb; V_F(\Uparrow) = -9qb; M_F(\curvearrowright) = \frac{101}{2}qb^2;$$

$$N_{AB} = -6\sqrt{2}qb; T_{AB} = 0; M_{AB} = 0;$$

$$N_{BC} = -8qb; T_{BC} = 6qb; M_{BC} = 6qb \cdot x_2;$$

$$N_{CD} = -8qb; T_{CD} = 6qb; M_{CD} = 17qb^2 + 6qb \cdot x_3;$$

$$N_{DE} = -8qb; T_{DE} = 6qb + 3q \cdot x_4; M_{DE} = 35qb^2 + 6qb \cdot x_4 + \frac{3}{2}qx_4^2;$$

$$N_{FE} = 9qb; T_{FE} = 4q \cdot x_5; M_{FE} = \frac{101}{2}qb^2 - 2q \cdot x_5^2;$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2024-2025

Esame scritto del 28.01.2025

Parte 1 - Testo 3

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

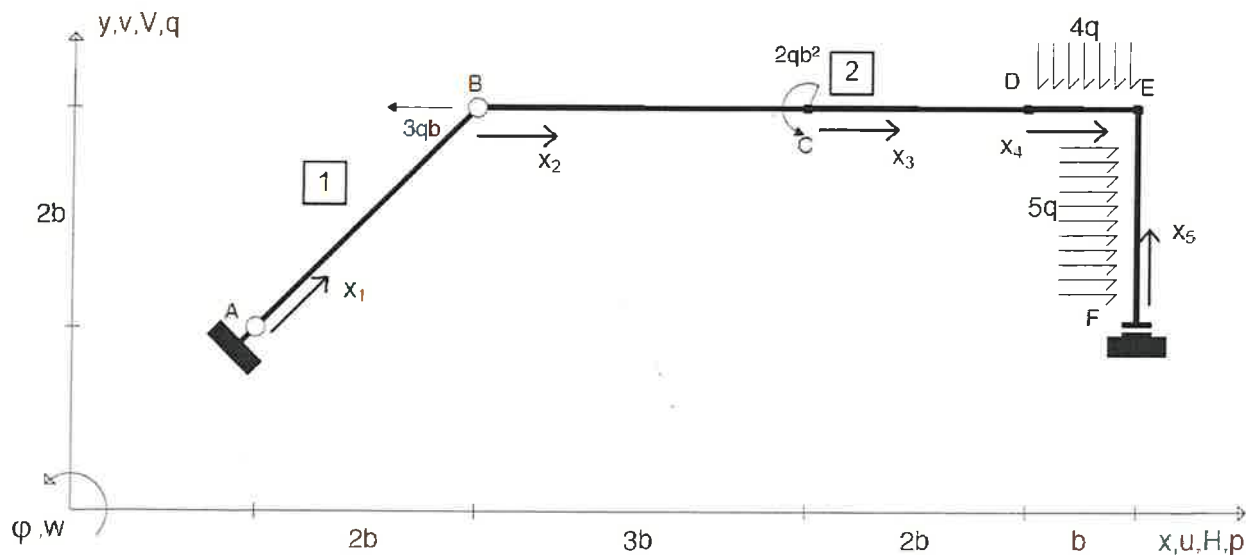
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 28.01.25*003



E_p aus. linee $M_{z(B)}^{(1)} = 0$ oppure $M_{z(B)}^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione orizzontale H_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A, u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B, M_B .

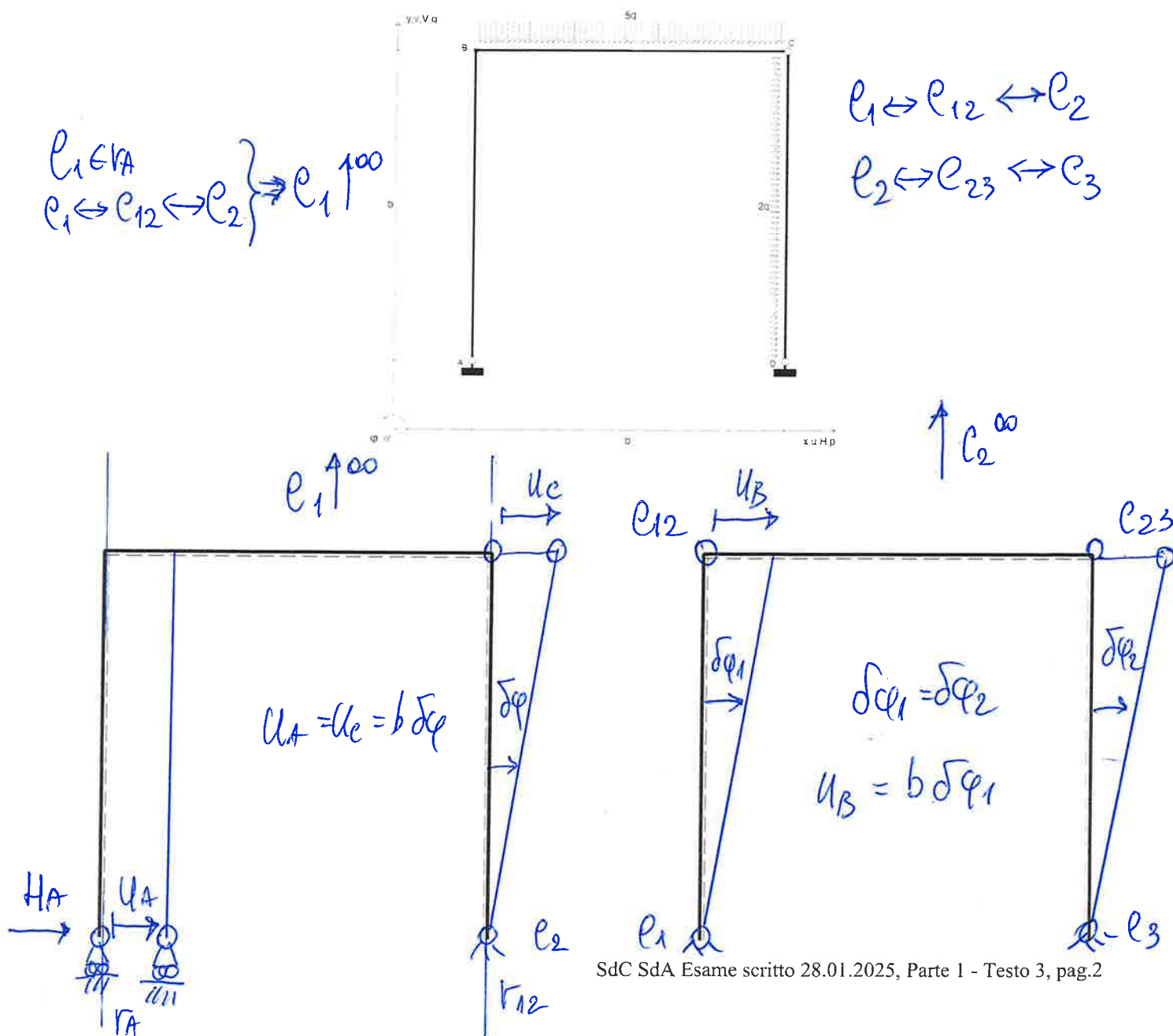
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B, u_B , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC SdA 28.01.25*007



$$H_A (\Rightarrow) = -9b; C_1 = (\infty, \infty); C_2 = (b, 0); C_{12} = (b, b);$$

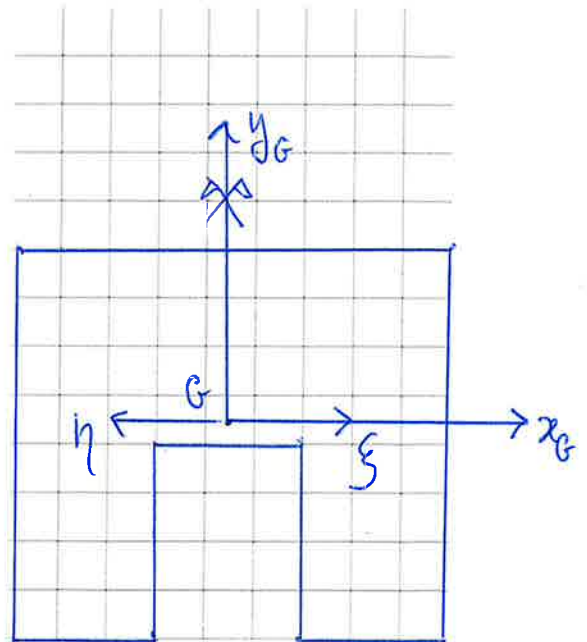
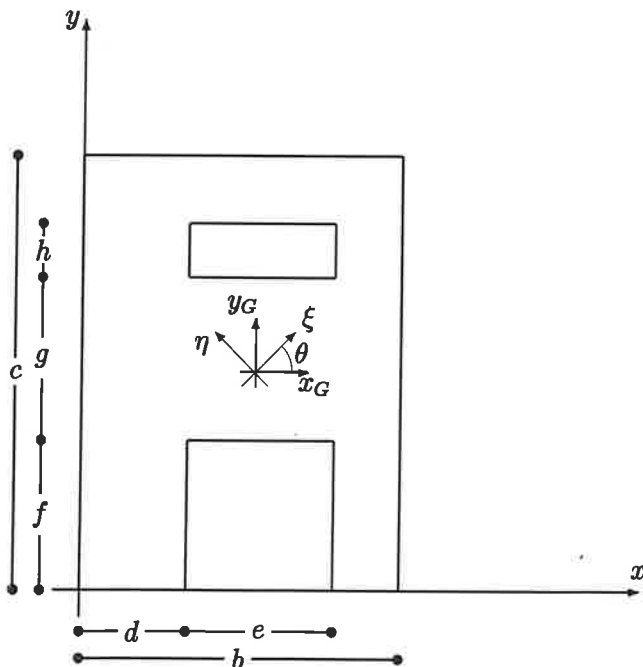
$$u_A = b\delta q; v_C = 0;$$

$$M_B (\curvearrowright) = 9b^2; u_B = b\delta q; v_C = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 9a$; $c = 8a$; $d = 3a$; $e = 3a$; $f = 4a$; $g = 4a$; $h = 0$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



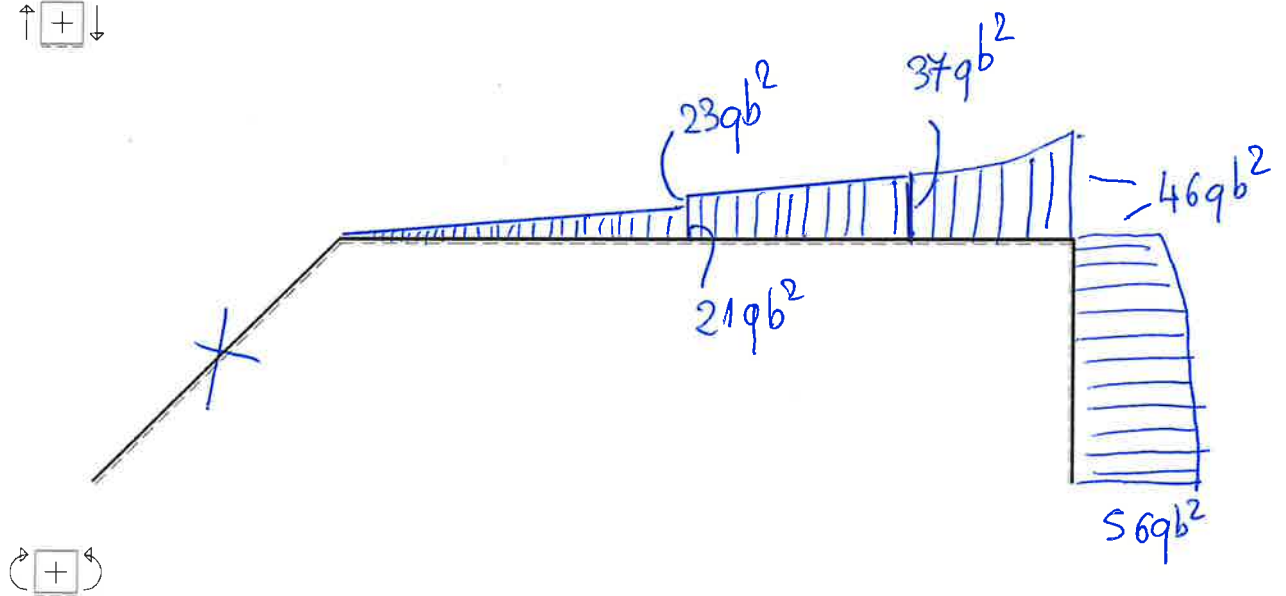
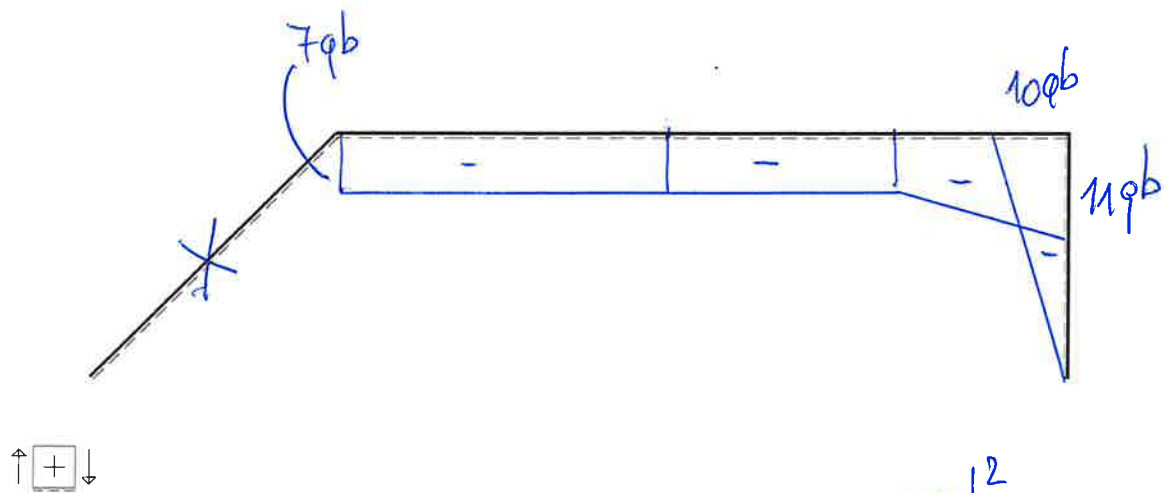
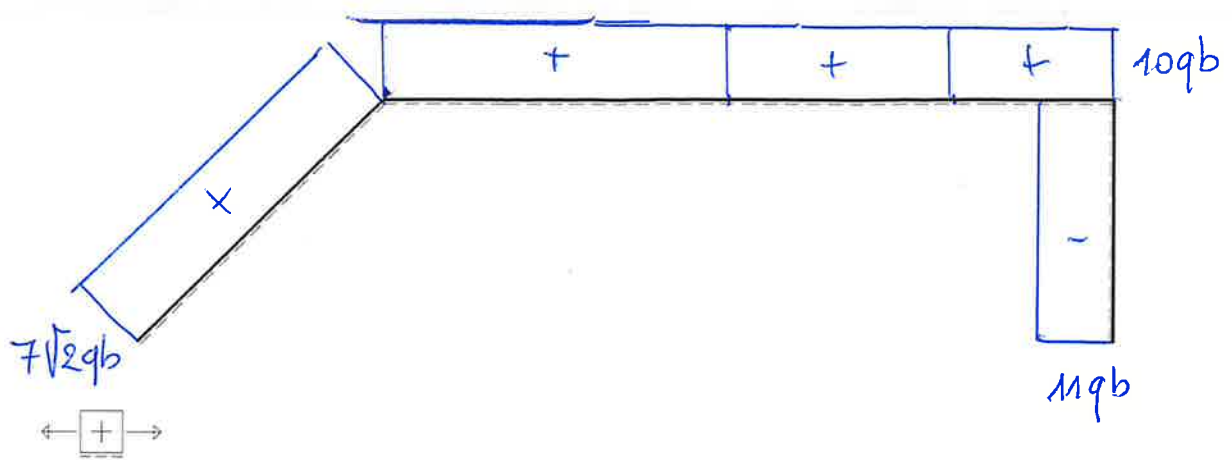
$$S_x = 264a^3; S_y = 240a^3;$$

$$x_G = 9/2a = 4.5000a; y_G = 22/5a = 4.4000a;$$

$$J_{xG} = 1552/5a^4 = 310.4000a^4; J_{yG} = 477a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 477a^4; J_\eta = J_{\min} = 1552/5a^4;$$



$H_A(\Rightarrow) = -7qb$; $V_A(\uparrow) = -7qb$; $V_F(\uparrow) = 11qb$; $M_F(\curvearrowright) = -56qb^2$;			
$N_{AB} = 7\sqrt{2}qb$	$T_{AB} = 0$	$M_{AB} = 0$	
$N_{BC} = 10qb$	$T_{BC} = -7qb$	$M_{BC} = -7qb \times 2$	
$N_{CD} = 10qb$	$T_{CD} = -7qb$	$M_{CD} = -23qb^2 - 7qb \times 3$	
$N_{DE} = 10qb$	$T_{DE} = -7qb - 4qb \times 4$	$M_{DE} = -37qb^2 - 7qb \times 4 - 2qb \times 4^2$	
$N_{FE} = -11qb$	$T_{FE} = -5qb$	$M_{FE} = -56qb^2 + \frac{5}{2}qb \times 5^2$	

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2024-2025

Esame scritto del 28.01.2025

Parte 1 - Testo 4

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:..... e-mail:..... Matricola:.....

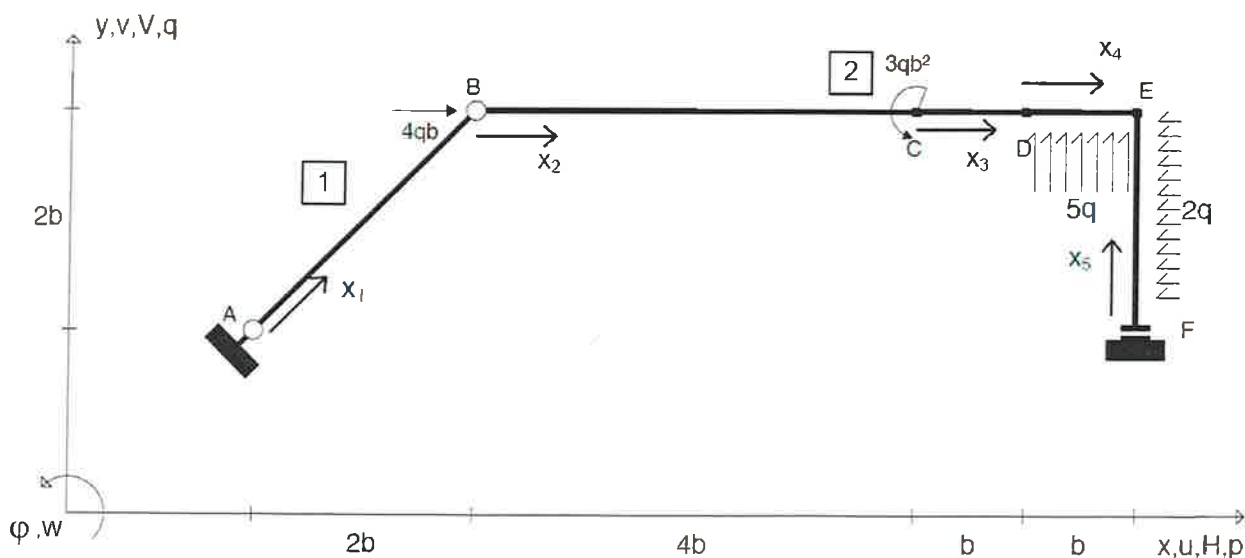
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Università' di Cagliari

SdC_SdA 28.01.25*004



Eq. ausiliarie $M_z^{(1)}(B) = 0$ oppure $M_z^{(2)}(B) = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione orizzontale H_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riserite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

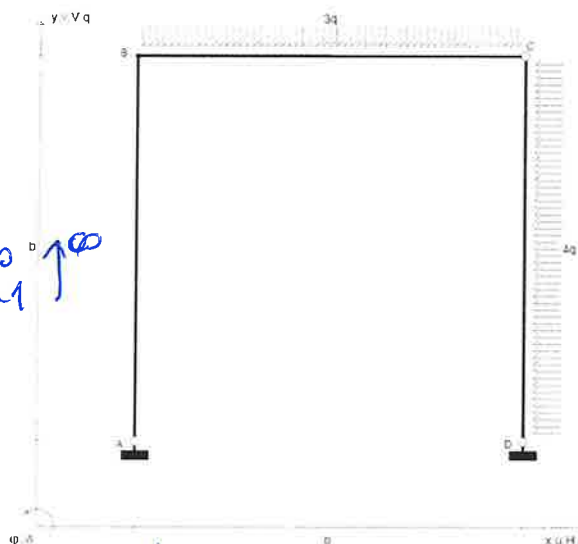
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste* AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

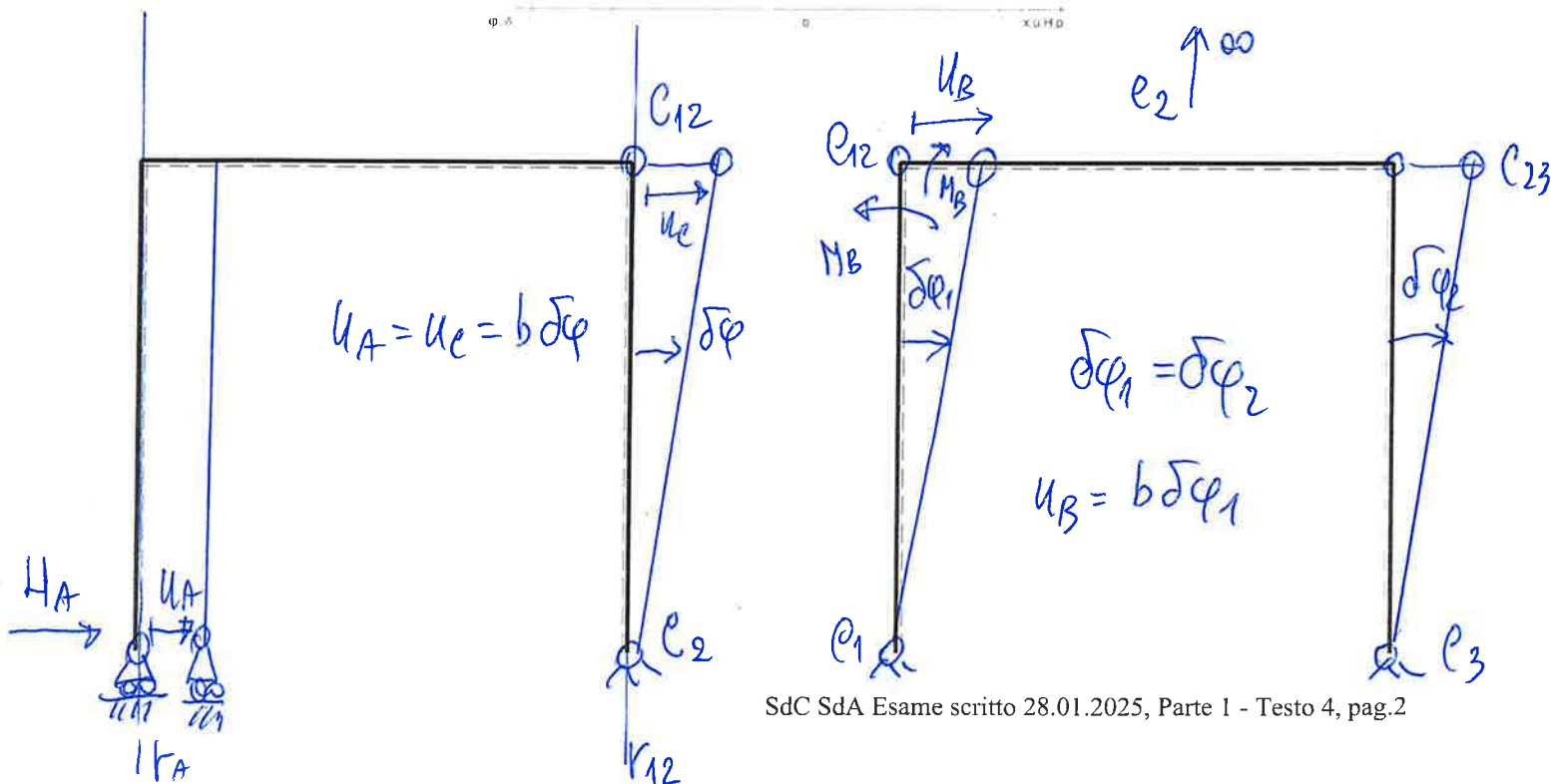
Università di Cagliari

SdC SdA 28 01 25*008



$$\left. \begin{array}{l} C_1 \in \mathcal{A} \\ e_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow e_2 \end{array} \right\} \Rightarrow C_1 \uparrow \infty$$

$$\begin{array}{l} e_1 \leftrightarrow e_{12} \leftrightarrow C_2 \\ e_2 \leftrightarrow e_{23} \leftrightarrow e_3 \end{array}$$



$$H_A(\Rightarrow) = \dots 29b \dots; C_1 = (\dots 00 \dots, \dots 00 \dots); C_2 = (\dots b \dots, \dots 0 \dots); C_{12} = (\dots b \dots, \dots b \dots);$$

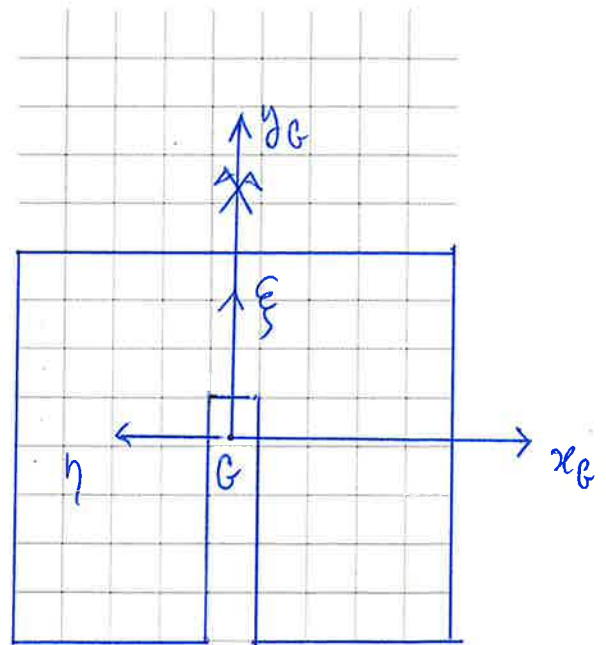
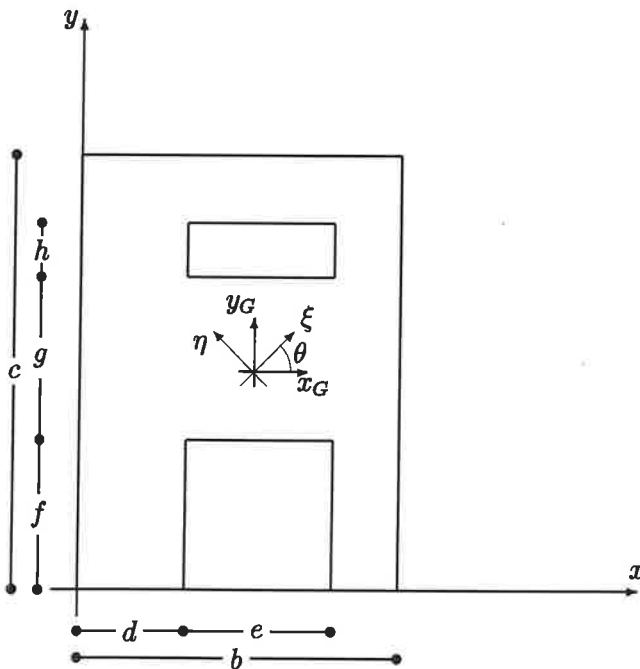
$$u_A = \dots 684 \dots; v_C = \dots 0 \dots;$$

$$M_B(\curvearrowright) = \dots -29b^2 \dots; u_B = \dots 684 \dots; v_C = \dots 0 \dots;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 9a$; $c = 8a$; $d = 4a$; $e = a$; $f = 5a$; $g = 3a$; $h = 0$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



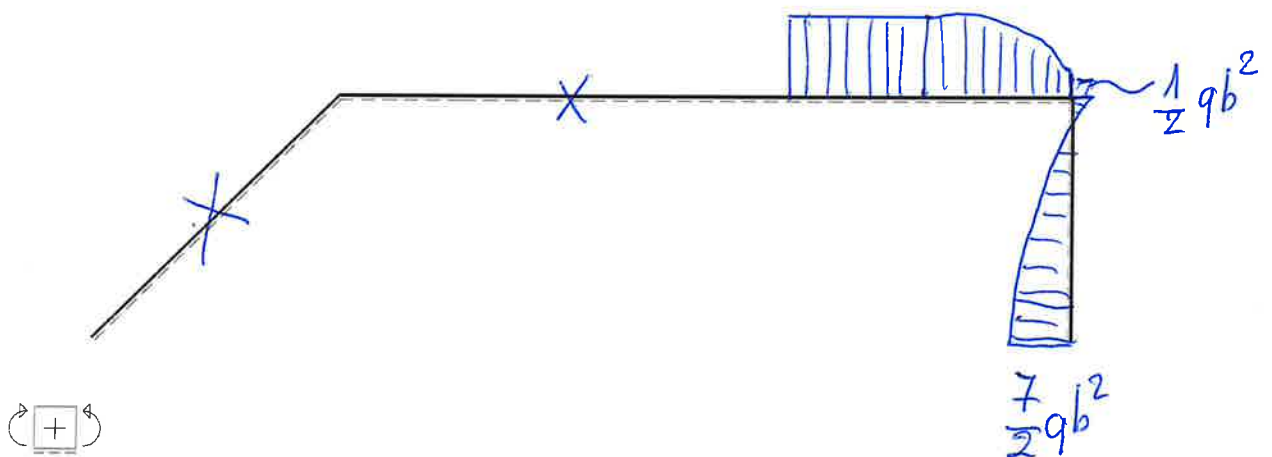
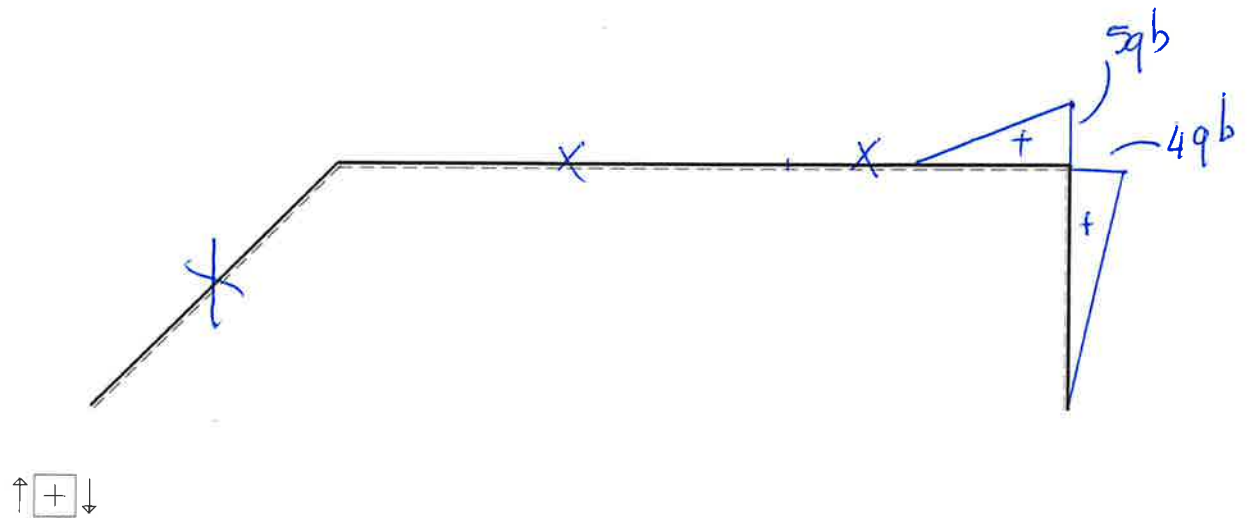
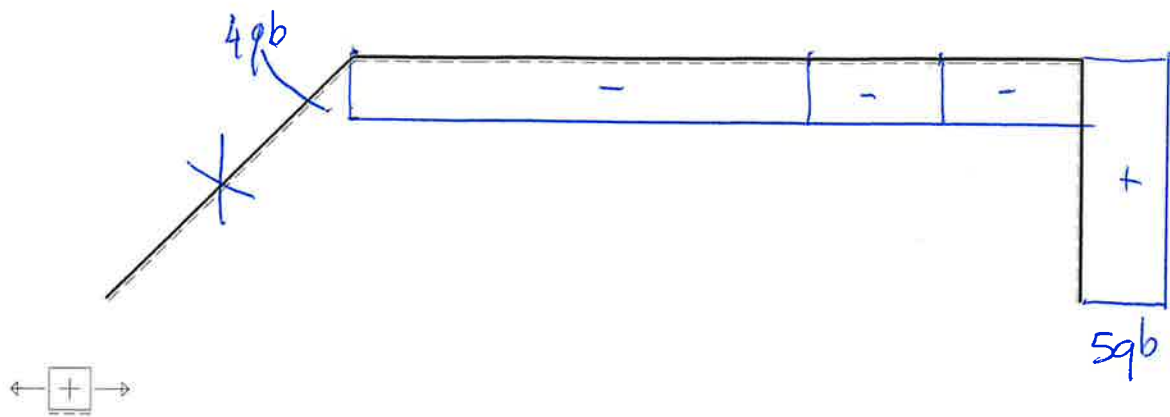
$$S_x = \dots 551/2 a^3 = 275.5000 a^3 \dots; S_y = \dots 603/2 a^3 = 301.5000 a^3 \dots;$$

$$x_G = \dots 9/2 a = 4.5000 a \dots; y_G = \dots 551/134 a = 4.1119 a \dots;$$

$$J_{xG} = \dots 290641/804 a^4 = 361.4938 a^4 \dots; J_{yG} = \dots 5827/12 a^4 = 485.5833 a^4 \dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots 0 \dots; \tan 2\theta = \dots 0 \dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots 5827/12 a^4 \dots; J_\eta = J_{\min} = \dots 290641/804 a^4 \dots;$$



$$H_A(\Rightarrow) = 0; V_A(\uparrow) = 0; V_F(\uparrow) = -5qb; M_F(\curvearrowright) = 7/2 qb^2;$$

$$N_{AB} = 0; T_{AB} = 0; M_{AB} = 0;$$

$$N_{BC} = -4qb; T_{BC} = 0; M_{BC} = 0;$$

$$N_{CD} = -4qb; T_{CD} = 0; M_{CD} = -3qb^2;$$

$$N_{DE} = -4qb; T_{DE} = 5q \times 4; M_{DE} = -3qb^2 + 5/2 q \times 4^2;$$

$$N_{FE} = 5qb; T_{FE} = 2q \times 5; M_{FE} = 7/2 qb^2 - q \times 5^2;$$